

ریاضیات

کاربرد آن در مدیریت و حسابداری

هادی رنجبران





اثبات

تهران: میدان انقلاب، خیابان کارگر شمالی، خیابان مستعلی، پلاک ۲۶، واحد ۲
انتشارات اثبات، تلفن: ۶۶۹۰۸۵۷۰
esbat.pub@gmail.com

ریاضیات

کاربرد آن در مدیریت و حسابداری

ویراست یازدهم

هادی رنجبران

- نوبت چاپ: بیست و پنجم (۱۳۹۰) • شمارگان: ۲۵۰۰ جلد • قیمت: ۱۵۰۰۰ تومان
- حروفچینی و صفحه‌آرایی: آناهیتا کاویانی • طرح جلد: رضا صفوی
- چاپ و صحافی: گنج شایگان
- شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۹۶۷۳۸-۹-۹

این اثر، مشمول قانون حمایت مولفان و مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است. هر کس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه مولف (ناشر) نشر یا پخش یا عرضه کند مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

مراکز پخش:

- کتابیران: تهران، تلفن: ۶۶۵۶۶۵۰۹-۱۸
- دانشیران: تهران، تلفن: ۶۶۴۰۰۱۴۴-۶۶۴۰۰۲۲۰
- کتابخانه فرهنگ: تهران، تلفن: ۶۶۴۹۸۹۲۹-۳۰
- مهربان: تهران، تلفن: ۶۶۹۷۳۱۷۵
- ترمه: تهران، تلفن: ۶۶۹۵۷۰۲۱

ای خدا ای فضل تو حاجت روا با تو یاد هیچ کس نبود روا
قطره‌ای دانش که بخشیدی ز پیش متصل گردان به دریا‌های خویش
قطره علمت اندر جان من وا رهانش از هوا وز خاک تن
مولانا

مقدمه ویراست یازدهم

کتاب ریاضیات (کاربرد آن در مدیریت و حسابداری) تألیف اینجانب چاپ‌های متعدد شد و مورد توجه روزافزون قرار گرفت. لذا ضرورت نگارش کاملاً جدیدی از این کتاب را حس کردم. در این نگارش کتاب طوری تدوین شده است که می‌توان از آن به‌عنوان خودآموزی کامل جهت فراگیری و همچنین تدریس استفاده کرد.

تمام هدف و تمرکز این کتاب بر ارائه‌ی روشی نوین در بیان مفاهیم، تعاریف و کاربردهای واقعی ریاضی و کمک به دانشجویان رشته‌های مدیریت و حسابداری در ایجاد درک عمیقی از موضوعات مورد بحث است. برای رسیدن به این هدف، مطالب درسی در هر فصل به شرح زیر ارائه شده است:

۱. سعی بر این است که مفاهیم درسی با یک مثال شهودی و به ساده‌ترین زبان ممکن بیان شود. در مواردی که وجود شکل، درک مفاهیم را آسان می‌کند، شکل‌های مناسبی نیز ترسیم شده است.

۲. ترتیب مفاهیم به گونه‌ای است که هر یک یا چند مفهوم پیش‌نیاز مفاهیم بعدی باشد تا امکان جمع‌بندی و برقراری ارتباط بین مفاهیم آموخته شده، فراهم شود.

۳. قضایا و نتایج مهم درس، داخل کادرهایی قرار داده شده تا مورد توجه واقع شود.

۴. حل تمرین در ریاضیات بسیار اهمیت دارد. به همین جهت در هر بخش طرح مثال‌های فراوان بر حسب موضوع از آسان به سخت، زمینه‌ی افزایش یادگیری و تفهیم مطالب را فراهم آورده است. در طراحی و انتخاب مثال‌ها سعی کرده‌ام تا مسائلی انتخاب شوند که از نظر کمک به فراگیری مطالب، به اندازه کافی ارزشمند و قابل تأمل باشند.

۵. در فصل دوازدهم، کاربردهای ریاضیات در بازرگانی و اقتصاد، از جمله مفاهیم کشش، توابع درآمد، هزینه، تولید و خواص آن‌ها، مازاد مصرف‌کننده، ...، راه‌های محاسبه رشد و مسیر متغیرها در طول زمان آورده شده است.

۶. نکته‌ها و تذکرات لازم برای حل تست و اطلاعاتی فراتر از کتاب درسی بیان شده تا دانشجویان بتوانند در حداقل زمان ممکن به این‌گونه سؤال‌ها پاسخ دهند.

۷. برای کسب مهارت بالا و تسلط کامل بر مفاهیم درسی، هر فصل از کتاب، شامل تعداد نسبتاً زیادی تست استاندارد است.

۸. تست‌های آزمون کارشناسی ارشد از سال ۱۳۷۰ تا ۱۳۸۴ به صورت موضوعی در انتهای هر فصل آورده شده است. برای این‌که دانشجو بتواند ارزیابی صحیح و کاملی از آموخته‌های خود داشته باشد، تست‌های آزمون کارشناسی ارشد از سال ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۰ به صورت آزمون‌های جامع در فصل ۱۳ گنجانده شده است.

۹. همه‌ی مسائل و تست‌ها دارای پاسخ‌های کاملاً تشریحی بوده و در بسیاری از موارد بیش از یک راه‌حل برای آنها آورده شده است، به گونه‌ای که کتاب حاضر را به صورت راهنمای جامع برای تدریس درآورده است.

این همه گفتیم لیک اندر بسیج بی‌عنایات خدا هیچیم هیچ

بدیهی است این کتاب مانند هر اثر دیگری خالی از اشکال و لغزش نخواهد بود. از این رو، از استادان گرانقدر و دانشجویان عزیز تقاضا دارم نظرات اصلاحی خود را در میان گذارند تا در چاپ‌های بعدی مورد توجه و استفاده قرار گیرد.

هادی رنجبران، بهار ۱۳۹۰

hadiranjbaran@yahoo.com

فهرست مطالب

فصل ۱. مجموعه‌ها

مجموعه و عضویت	۱
مجموعه‌ی تهی	۲
مجموعه‌های متناهی و نامتناهی	۲
زیرمجموعه (جزئیت)	۳
مجموعه‌ی توانی	۴
تساوی دو مجموعه	۵
مجموعه‌ی مرجع	۵
متمم یک مجموعه	۵
اجتماع مجموعه‌ها	۶
اشتراک مجموعه‌ها	۷
دو مجموعه‌ی جدا از هم	۸
تفاضل دو مجموعه	۹
جبر مجموعه‌ها	۱۰
عدد اصلی مجموعه	۱۱
تفاضل متقارن دو مجموعه	۱۲
اجتماع و اشتراک چند مجموعه	۱۴
افراز یک مجموعه	۱۵
ضرب دکارتی دو مجموعه	۱۵
تست‌های فصل ۱	۱۸

فصل ۲. بسط دوجمله‌ای

دوجمله‌ای	۳۳
ویژگی‌های بسط دوجمله‌ای	۳۳
جمله‌ی $(r+1)$ ام	۳۵
تست‌های فصل ۲	۴۱

فصل ۳. تابع

پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۲	۴۲
تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (مدیریت)	۴۴
پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد	۴۴
تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (حسابداری)	۴۶
پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد	۴۶
دامنه و بُرد تابع‌های حقیقی	۵۳
نمودار تابع	۵۳
تغییرات و انتقال منحنی‌ها	۵۴
مقدار تابع در یک نقطه	۵۷
تابع ثابت و تابع همانی	۵۸
تابع قدرمطلق	۵۹
تابع جزء صحیح	۶۳
تابع علامت	۶۶
تابع صعودی و تابع نزولی	۶۸
تابع کران‌دار	۶۹
تابع نمایی	۷۰
تابع لگاریتمی	۷۱
نحوه‌ی تعیین دامنه‌ی تابع	۷۳
نحوه‌ی تعیین بُرد تابع	۸۱
تساوی دو تابع	۸۹
$f(x)$ ها	۹۰
اعمال روی توابع (جبر توابع)	۹۳
ترکیب توابع	۹۵
تابع زوج و تابع فرد	۹۹
تابع یک‌به‌یک	۱۰۳
تابع معکوس	۱۰۶
تابع پوشا	۱۱۲
توابع معکوس مثلثاتی	۱۱۵

۲۴۹	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (حسابداری)	۱۲۰	توابع هیپربولیک (هذلولی)
۲۵۱	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد	۱۲۱	منحنی‌ها و برخی از خواص توابع هیپربولیک
۲۵۵	فصل ۵. مشتق	۱۲۴	تست‌های فصل ۳
۲۵۵	نمو تابع و نمو متغیر	۱۳۱	پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۳
۲۵۶	آهنگ تغییر	۱۴۲	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (مدیریت)
۲۵۷	تعریف مشتق تابع در یک نقطه	۱۴۶	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد
۲۵۹	تعبیر هندسی مشتق	۱۵۳	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (حسابداری)
۲۶۰	تعریف تابع مشتق	۱۵۶	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد
۲۶۰	دستورها و قضیه‌های مشتق‌گیری	۱۶۳	فصل ۴. حد و پیوستگی
۲۶۷	مشتق مراتب بالاتر	۱۶۳	مفهوم میل کردن
۲۷۱	مشتق تابع مرکب	۱۶۳	مفهوم حد
۲۷۴	مشتق‌گیری ضمنی	۱۶۶	حد راست و حد چپ تابع
۲۷۶	مشتق منحنی‌های پارامتری	۱۶۷	روش‌های محاسبه‌ی حدود
۲۷۷	مشتق توابع معکوس	۱۶۹	حد توابع چندضابطه‌ای
۲۷۸	مشتق راست و مشتق چپ	۱۷۱	حد تابع علامت
۲۸۱	نقطه‌ی زاویه‌دار	۱۷۲	حدهای شامل توابع جزء صحیح
۲۸۲	نقطه‌ی بازگشت	۱۵۵	حدهایی که به صورت $\frac{0}{0}$ درمی‌آیند
۲۸۲	مشتق‌پذیری و پیوستگی	۱۷۸	قضیه‌ی فشردگی
۲۸۴	دسته‌بندی نقاط مشتق‌ناپذیر	۱۸۰	هم‌ارزی‌های مثلثاتی و جبری
۲۸۵	مشتق‌پذیری تابع در یک بازه	۱۸۳	حد بی‌نهایت
۲۸۵	خط مماس بر منحنی	۱۸۹	حد در بی‌نهایت
۲۸۸	خط قائم بر منحنی	۱۹۱	حدهایی که به صورت $\frac{\infty}{\infty}$ درمی‌آیند
۲۸۹	تابع صعودی و نزولی	۱۹۹	صورت‌های مبهم
۲۹۳	نقطه‌ی بحرانی	۲۰۵	بررسی عدم وجود حد
۲۹۶	ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی	۲۰۶	پیوستگی تابع در یک نقطه
۳۰۰	آزمون مشتق اول برای تعیین نقاط اکسترمم نسبی	۲۰۹	ناپیوستگی رفع‌شدنی
۳۰۵	آزمون مشتق دوم برای تعیین نقاط اکسترمم نسبی	۲۱۰	ناپیوستگی رفع‌نشده‌ی (جهشی)
۳۰۷	ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق	۲۱۱	پیوستگی چپ و پیوستگی راست
۳۱۱	آزمون مشتق اول برای تعیین نقاط اکسترمم مطلق	۲۱۳	مطالبی درباره‌ی پیوستگی
	طرز تعیین عرض‌های ماکزیمم و مینیمم تابع f	۲۱۹	پیوستگی در یک بازه
۳۱۴	بدون استفاده از مشتق	۲۲۱	خط مجانب
۳۱۴	تحدب و تعقر منحنی یک تابع	۲۲۱	مجانب قائم
۳۱۸	نقطه‌ی عطف	۲۲۳	مجانب افقی
۳۲۲	نقاط مهم روی منحنی تابع f	۲۲۴	مجانب مایل
۳۲۴	رسم منحنی توابع چند جمله‌ای	۲۲۷	تست‌های فصل ۴
۳۲۵	نتایج کلی برای تابع درجه‌ی دوم	۲۳۳	پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۴
۳۲۶	نتایج کلی برای تابع درجه‌ی سوم	۲۴۳	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (مدیریت)
۳۲۷	رسم منحنی توابع کسری (غیر رادیکالی)	۲۴۵	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد

۴۸۷	جمع بردارها	۳۲۸	نتایج کلی برای تابع هموگرافیک
۴۸۷	ضرب عدد در یک بردار	۳۲۹	رسم نمودار تابع f' از روی نمودار تابع f
۴۸۸	بردارهای موازی (هم‌راستا)	۳۳۱	یافتن ماکزیمم و مینیمم در حالت‌های خاص
۴۸۸	قرینه‌ی یک بردار و تقاضل دو بردار	۳۳۲	دیفرانسیل
۴۸۹	خواص جمع و ضرب بردارها	۳۳۵	انتشار خطا
۴۸۹	بردارهای یگه	۳۳۶	دیفرانسیل‌های متوالی
۴۹۰	ضرب داخلی دو بردار (ضرب اسکالر)	۳۳۷	تست‌های فصل ۵
۴۹۲	ضرب خارجی دو بردار (ضرب برداری)	۳۴۴	پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۵
۴۹۴	ضرب مختلط	۳۵۶	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (مدیریت)
۴۹۵	خط در فضا	۳۶۲	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد
۴۹۶	وضعیت دو خط نسبت به هم در فضا	۳۷۱	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (حسابداری)
۴۹۷	فاصله‌ی یک نقطه از یک خط	۳۷۷	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد
۴۹۸	فاصله‌ی دو خط موازی	۳۸۷	فصل ۶. انتگرال
۴۹۸	زاویه‌ی بین دو خط	۳۸۷	تابع اولیه یا پادمشتق
۴۹۹	صفحه در فضا	۳۸۷	انتگرال نامعین
۵۰۰	شرایط موازی بودن و عمود بودن دو صفحه	۳۸۹	صورت‌های متعارف انتگرال‌گیری
۵۰۱	زاویه‌ی بین دو صفحه	۴۰۲	انتگرال‌گیری به روش تغییر متغیر
۵۰۱	فاصله‌ی یک نقطه از یک صفحه	۴۰۸	انتگرال‌گیری به روش جزء به جزء
۵۰۱	فاصله‌ی دو صفحه‌ی موازی	۴۱۴	انتگرال‌گیری از کسرهای گویا
۵۰۲	وضعیت نسبی دو صفحه در فضا	۴۱۹	انتگرال معین
۵۰۲	وضعیت نسبی خط و صفحه	۴۲۰	ویژگی‌های انتگرال معین
۵۰۳	ترکیب خطی	۴۲۱	قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال
۵۰۴	استقلال خطی و بستگی خطی	۴۳۰	مشتق‌گیری از انتگرال
۵۰۵	تست‌های فصل ۷	۴۳۲	سطح محصور
۵۰۷	پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۷	۴۳۸	محاسبه‌ی حجم جسم دوار
۵۱۱	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (مدیریت)	۴۴۰	انتگرال‌های ناسره
۵۱۱	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد	۴۴۲	نحوه‌ی محاسبه انتگرال چندگانه
۵۱۲	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (حسابداری)	۴۴۳	تست‌های فصل ۶
۵۱۲	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد	۴۴۸	پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۶
۵۱۳	فصل ۸. ماتریس و دترمینان	۴۵۷	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (مدیریت)
۵۱۳	ماتریس	۴۶۱	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد
۵۱۳	تساوی دو ماتریس	۴۶۹	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (حسابداری)
۵۱۴	ماتریس‌های خاص	۴۷۴	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد
۵۱۶	جمع و تفریق ماتریس‌ها	۴۸۳	فصل ۷. بردار، خط و صفحه
۵۱۶	ضرب عدد در یک ماتریس	۴۸۳	مختصات در فضا
۵۱۷	ضرب ماتریس‌ها	۴۸۵	فاصله در فضای سه‌بعدی
۵۲۲	توان‌های طبیعی یک ماتریس مربع	۴۸۶	بردارها در فضا
۵۲۲	ماتریس‌ها بی‌اثر (هیچ‌نما و خود توان)		

۶۱۰	مشتقات جزئی (نسبی)	۵۲۳	ماتریس ترانزاده (ترانسپوزه)
۶۱۲	رابطه‌ی بین پیوستگی و مشتقات جزئی	۵۲۵	ماتریس متقارن
۶۱۲	مشتقات جزئی مراتب بالاتر	۵۲۵	ماتریس پادمقارن (شبه متقارن)
۶۱۳	دیفرانسیل کامل	۵۲۷	دترمینان
۶۱۵	دیفرانسیل مراتب بالاتر	۵۲۸	دترمینان ماتریس‌های $n \times n$
۶۱۷	مشتق کامل	۵۳۰	ویژگی‌های دترمینان یک ماتریس
۶۱۹	مشتق تابع ضمنی	۵۳۴	دو کاربرد دترمینان
۶۲۰	توابع همگن و قضیه‌ی اویلر	۵۳۴	ماتریس منفرد و غیر منفرد
۶۲۲	ژاکوبین	۵۳۵	ماتریس همسازه و ماتریس الحاقی
۶۲۳	ماکزیمم و مینیمم توابع چند متغیره	۵۳۶	معکوس (وارون) یک ماتریس
۶۲۶	نقطه‌ی بحرانی	۵۳۹	ویژگی‌های معکوس یک ماتریس
۶۲۷	نقطه‌ی زینی	۵۴۱	ماتریس متعامد
۶۲۸	نحوه‌ی تعیین نقاط اکسترمم نسبی و زینی	۵۴۲	عملیات مقدماتی
۶۳۳	محدب و مقعر بودن	۵۴۲	مرتبه (رتبه) ماتریس
۶۳۴	ماکزیمم و مینیمم توابع مقید	۵۴۴	دستگاه معادلات خطی
۶۳۹	تست‌های فصل ۹	۵۴۵	دستگاه دو معادله دو مجهول
۶۴۶	پاسخ تشریحی تستهای فصل ۹	۵۴۶	دستگاه سه معادله و سه مجهول
۶۵۶	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (مدیریت)	۵۴۷	دستگاه دو معادله و سه مجهول
۶۶۱	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد	۵۴۸	دستگاه سه معادله و دو مجهول
۶۷۱	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (حسابداری)	۵۴۹	دستگاه معادلات خطی m معادله n مجهول
۶۷۶	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد	۵۵۱	حل دستگاه n معادله n مجهول
۶۸۷	فصل ۱۰. معادلات دیفرانسیل	۵۵۲	دستگاه معادلات همگن خطی
۶۸۷	تعریف معادله دیفرانسیل	۵۵۲	معادله مفسر، مقادیر ویژه و امتدادهای یک
۶۸۷	مرتبه و درجه یک معادله دیفرانسیل	۵۵۲	ماتریس مربع
۶۸۸	تشکیل معادلات دیفرانسیل	۵۵۴	صورت کلی معادله مفسر یک ماتریس
۶۸۸	جواب‌های یک معادله دیفرانسیل	۵۵۴	2×2 و 3×3
۶۸۸	جواب عمومی معادله دیفرانسیل	۵۵۷	فرم‌های درجه‌ی دوم
۶۸۹	جواب خصوصی معادله دیفرانسیل	۵۵۹	تست‌های فصل ۸
۶۸۹	حل معادلات دیفرانسیل	۵۶۵	پاسخ تشریحی تستهای فصل ۸
۶۸۹	معادله دیفرانسیل $\frac{d^m y}{dx^n} = f(x)$	۵۷۴	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (مدیریت)
۶۹۰	معادله‌ی دیفرانسیل جدا	۵۷۹	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد
۶۹۰	معادله دیفرانسیل همگن	۵۸۷	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (حسابداری)
۶۹۱	معادله دیفرانسیل کاننل	۵۹۳	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد
۶۹۲	معادله دیفرانسیل خطی مرتبه اول	۶۰۱	فصل ۹. توابع چندمتغیره
۶۹۳	معادله‌ی دیفرانسیل خطی مرتبه دوم همگن	۶۰۱	توابع چندمتغیره
۶۹۴	معادله‌ی دیفرانسیل خطی مرتبه دوم غیرهمگن	۶۰۲	دامنه و برد توابع چند متغیره
۶۹۶	تست‌های فصل ۱۰	۶۰۴	حد توابع چند متغیره
۶۹۸	پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۱۰	۶۰۷	پیوستگی

۷۳۰	تحلیل سر به سر	۷۰۴	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد
۷۳۱	کاهش	۷۰۴	پاسخ تست‌های آزمون کارشناسی ارشد
۷۳۳	تابع درآمد، درآمد نهایی و کاهش تقاضا	۷۰۵	فصل ۱۱. دنباله و سری
۷۳۴	تابع سود	۷۰۵	دنباله
۷۳۵	مازاد مصرف‌کننده	۷۰۵	حد یک دنباله
۷۳۷	مازاد تولیدکننده	۷۰۶	دنباله‌های خاص
۷۳۸	توابع تولید	۷۰۷	کران بالا و کران پایین دنباله و دنباله‌ی کران‌دار
۷۳۹	نسبت بازده به مقیاس	۷۰۷	سری
۷۳۹	درآمد ملی، مصرف ملی و پس انداز ملی	۷۱۰	سری هارمونیک و سری هندسی
۷۴۱	مسیر متغیرها در طول زمان	۷۱۰	آزمون جمله n ام
۷۴۳	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (مدیریت)	۷۱۱	آزمون چندجمله‌ای
۷۴۵	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد	۷۱۱	آزمون مقایسه حد
۷۴۸	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (حسابداری)	۷۱۱	آزمون p
۷۵۰	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد	۷۱۲	آزمون دالامبر
۷۵۳	فصل ۱۳. آزمون‌های جامع	۷۱۲	سری‌های متناوب
۷۵۳	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (۱۳۸۵)	۷۱۲	آزمون سری‌های متناوب
۷۵۵	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد	۷۱۳	آزمون نسبت
۷۶۰	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (۱۳۸۶)	۷۱۳	سری‌های توانی
۷۶۲	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد	۷۱۴	آزمون دالامبر برای سری توانی
۷۶۸	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (۱۳۸۷)	۷۱۵	سری تیلور
۷۷۰	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد	۷۱۷	تست‌های فصل ۱۱
۷۷۶	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (۱۳۸۸)	۷۱۹	پاسخ تشریحی تست‌های فصل ۱۱
۷۷۸	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد	۷۲۳	فصل ۱۲. کاربرد ریاضیات
۷۸۴	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (۱۳۸۹)	۷۲۳	تابع تقاضا
۷۸۶	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد	۷۲۴	تابع عرضه
۷۹۲	تست‌های آزمون کارشناسی ارشد (۱۳۹۰)	۷۲۵	تعادل بازار
۷۹۴	پاسخ تشریحی تست‌های آزمون کارشناسی ارشد	۷۲۶	تابع درآمد
		۷۲۸	تابع هزینه‌ی کل



فصل ۱

مجموعه‌ها

مجموعه و عضویت

۱-۱ مجموعه به دسته‌ای از اشیای دوه‌دو متمایز و کاملاً مشخص گفته می‌شود. در این تعبیر، منظور از شیء هر موجودی می‌تواند باشد و در واقع در هر مبحث، موجودات آن بحث، اشیای آن بحث را تشکیل می‌دهند، مثلاً وقتی بحث اعداد است، هر عدد یک شیء ریاضی محسوب می‌شود.

۲-۱ جمله‌ی «دوه‌دو متمایز»، به معنای تکراری نبودن اشیاء است و «کاملاً مشخص» به معنای آن است که دقیقاً و بدون هیچ مشخصه‌ای معین و شناخته شده باشد. معمولاً مجموعه‌ها را با حروف بزرگ انگلیسی نمایش می‌دهند و اعضای مجموعه را با دو آکولاد محصور می‌کنند.

مثال اعداد طبیعی فرد، یک مجموعه تشکیل می‌دهند، زیرا اعضای آن کاملاً مشخص و دوه‌دو متمایزند.

مثال سه عدد طبیعی و زوج که متوالی باشند، مجموعه‌ای تشکیل نمی‌دهند، زیرا اعضای آن مشخص نیستند.

۳-۱ اگر a عضو مجموعه‌ی A باشد، می‌نویسیم $a \in A$ و می‌خوانیم « a متعلق به A است.» اگر b عضو مجموعه‌ی A نباشد، می‌نویسیم $b \notin A$ و می‌خوانیم « b متعلق به A نیست.»

مثال مجموعه‌ی اعداد اول یک رقمی را A می‌نامیم. پس $3 \in A$ و $1 \notin A$.

۴-۱ اعضای یک مجموعه، خودشان می‌توانند مجموعه باشند، مثلاً مجموعه‌ی دانشگاه‌ها که از دانشکده‌ها تشکیل شده است و هر دانشکده خودش مجموعه‌ای است از دانشجویان.

مثال اگر فرض کنیم $A = \{1, \{1\}, \{1, 2\}, \{2\}\}$ ، در این صورت خواهیم داشت:

$$1 \in A, \{1\} \in A, 2 \notin A, \{1, 2\} \in A$$

$$\{\{2\}\} \notin A, \{2\} \in A$$

۵-۱ نمایش مجموعه: مجموعه به یکی از صورت‌های زیر نمایش داده می‌شود:

الف) نمایش تفصیلی:

۱) اگر اعضای مجموعه از هم جدا و تعداد آن‌ها محدود باشد، تمام اعضا را داخل دو آکولاد می‌نویسیم، مانند: مجموعه‌ی اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۵، $\{1, 2, 3, 4\}$.

۲) اگر تعداد اعضا زیاد ولی متناهی باشد، سه عضو اول را می‌نویسیم و نقطه چین می‌گذاریم و سپس عضو آخر را می‌نویسیم، مانند: مجموعه‌ی اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰۰ ، $\{۱, ۲, ۳, \dots, ۹۹۹\}$.

۳) اگر تعداد اعضا نامتناهی باشد، سه عضو اول را می‌نویسیم و چند نقطه می‌گذاریم، مانند: مجموعه‌ی اعداد اول $\{۲, ۳, ۵, \dots\}$.

ب) نمایش ریاضی: برای نشان دادن یک مجموعه با نماد ریاضی در صورت امکان یک متغیر و گزاره‌نمایی که بیان‌کننده‌ی خاصیت مشترک اعضای مجموعه است با دامنه‌ی متغیر داخل دو آکولاد قرار داده می‌شود، مثلاً: مجموعه‌ی اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۲۰ ، یعنی $\{۱, ۲, ۳, \dots, ۱۹\}$ را با نماد ریاضی به صورت $\{x | x \in N, x < ۲۰\}$ نشان می‌دهیم.

پ) نمایش هندسی (نمودار ون): برای نمایش دادن یک مجموعه با نمایش هندسی، اعضای مجموعه را درون منحنی بسته‌ای قرار می‌دهند، مثلاً مجموعه‌ی اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۵ .



۶-۱ مجموعه‌های خاص

۱) مجموعه‌ی اعداد طبیعی: $N = \{۱, ۲, ۳, \dots\}$

۲) مجموعه‌ی اعداد حسابی: $W = \{۰, ۱, ۲, ۳, \dots\}$

۳) مجموعه‌ی اعداد صحیح نسبی: $Z = \{\dots, -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, \dots\}$

۴) مجموعه‌ی اعداد گویا: $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq ۰ \right\}$

۵) مجموعه‌ی اعداد اصم (Q^c): اعداد اصم، اعدادی هستند که بسط اعشاری آن‌ها بی‌پایان است ولی متناوب نیست، مانند:

$$\sqrt{2} = ۱,۴۱۴۲۱۳\dots \quad \pi = ۳,۱۴۱۵۹۲\dots$$

۶) مجموعه‌ی اعداد حقیقی: که آن را با \mathbb{R} نشان می‌دهیم شامل اعداد گویا و اعداد اصم است.

$$\mathbb{R} = Q \cup Q^c$$

مجموعه‌ی تهی

۷-۱ مجموعه‌ای که فاقد عضو باشد، مجموعه‌ی تهی نامید می‌شود و آن را با نماد $\{\}$ یا ϕ نمایش می‌دهند.

۸-۱ مجموعه‌های $\{۰\}$ و $\{\phi\}$ تهی نیستند، زیرا هرکدام یک عضو دارند.

مثال اگر A مجموعه‌ی اعداد حقیقی باشد که در معادله‌ی $x^2 + ۱ = ۰$ صدق کنند، آنگاه $A = \phi$.

مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

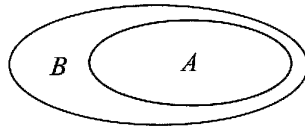
۹-۱ اگر مجموعه‌ای تعداد اعضای مشخص داشته باشد و مثلاً n عضو داشته باشد یا تهی باشد، متناهی نامیده می‌شود، مانند: اعداد طبیعی کوچک‌تر از $۱۰^۰$ میلیون.

۱۰-۱ هر مجموعه‌ای که متناهی نباشد، نامتناهی است. به عبارت دیگر، به مجموعه‌هایی که برای آن‌ها پایانی نمی‌توانیم در نظر بگیریم، مجموعه‌های نامتناهی گفته می‌شود، مانند: مجموعه‌ی اعداد صحیح مثبت، یعنی $\{۱, ۲, ۳, \dots\}$.

زیرمجموعه (جزئیت)

۱۱-۱ | اگر A و B دو مجموعه باشند و هر عضو مجموعه A عضوی از مجموعه B نیز باشد، در این صورت می‌گوییم A زیرمجموعه B است و می‌نویسیم $A \subset B$.

۱۲-۱ | نمایش هندسی $A \subset B$ چنین است:



مثال مجموعه‌ی اعداد طبیعی زوج زیرمجموعه‌ی اعداد طبیعی و مجموعه‌ی مضارب 10 زیرمجموعه‌ی مضارب 5 است.

مثال مجموعه‌ی $A = \{1, \{2\}, \{2, 3\}, \{\phi\}\}$ را در نظر می‌گیریم. در این صورت:

$$\{1\} \subset A, \quad 1 \in A, \quad \{2\} \not\subset A, \quad \{2\} \in A$$

$$\{\{2, 3\}\} \subset A, \quad \{2, 3\} \in A, \quad \phi \notin A$$

۱۳-۱ | ویژگی‌های زیرمجموعه:

۱) $A \subset A$	۲) $\phi \subset A$	۳) $A \subset B, B \subset C \implies A \subset C$
------------------	---------------------	--

۱۴-۱ | چند نکته درباره‌ی زیرمجموعه:

۱) اگر مجموعه‌ی A دارای n عضو باشد، آنگاه تعداد زیرمجموعه‌های A برابر 2^n است.

۲) اگر مجموعه‌ی A دارای n عضو باشد، آنگاه تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی مجموعه‌ی A برابر است با:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (n \geq r)$$

۳) اگر k عضو جدید و متمایز به عضوهای یک مجموعه‌ی n عضوی اضافه شود، تعداد زیرمجموعه‌های آن 2^k برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی n عضوی می‌گردد.

مثال تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی $A = \{x | x \in N, x^3 - x = 0\}$ را بیابید.

حل

$$x^3 - x = 0 \implies x(x^2 - 1) = 0 \implies x = 0, x = 1, x = -1 \implies A = \{1\}$$

$$A \text{ تعداد زیرمجموعه‌های } A = 2^1 = 2$$

مثال تعداد زیرمجموعه‌های 3 عضوی اعداد طبیعی کوچک‌تر از 7 را پیدا کنید.

۱. نماد \subseteq نیز برای نمایش زیرمجموعه بودن به‌کار می‌رود، یعنی $A \subseteq B$.

حل

$$r = 3, n = 6 \Rightarrow \binom{6}{3} = \frac{6!}{3!3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 3 \times 2} = 20$$

مثال اگر به مجموعه‌ی A پنج عضو متمایز اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن چند برابر می‌شود؟

حل $k = 5$. بنابراین 2^5 یعنی ۳۲ برابر می‌شود.

تست تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه‌ی $(n+1)$ عضوی ۳۲ زیرمجموعه کم‌تر از تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه‌ی $(n+2)$ عضوی است، n کدام است؟

$$5(4) \qquad 3(3) \qquad 4(2) \qquad 2(1)$$

حل گزینه‌ی ۲.

$$2^{n+1} = 2^{n+2} - 32 \Rightarrow 2^{n+2} - 2^{n+1} = 32 \Rightarrow 2^n(4 - 2) = 32 \\ \Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow n = 4$$

تست دو مجموعه‌ی A و B بر روی هم ۱۴ عضو دارند. اگر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی A ، ۱۶ برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی B باشد، مجموعه‌ی B چند عضو دارد؟

$$6(4) \qquad 9(3) \qquad 5(2) \qquad 7(1)$$

حل گزینه‌ی ۲.

$$n(A) = x, n(B) = y \Rightarrow \begin{cases} x + y = 14 \\ 2^x = 16 \times 2^y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 14 \\ 2^x = 2^{4+y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 14 \\ x - y = 4 \end{cases} \\ \Rightarrow 2x = 18 \Rightarrow x = 9, y = 14 - 9 = 5$$

۱۵-۱ زیرمجموعه‌ی محض: زیرمجموعه‌های ϕ و A را زیرمجموعه‌های بدیهی A می‌نامیم و همه‌ی زیرمجموعه‌های A به جز خود A را زیرمجموعه‌های حقیقی یا محض A می‌نامیم. بدیهی است تعداد زیرمجموعه‌های محض مجموعه‌ی A برابر با $2^n - 1$ است.

تست مجموعه‌ی A دارای ۶۳ زیرمجموعه‌ی محض است. تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی مجموعه‌ی A کدام است؟

$$10(4) \qquad 12(3) \qquad 14(2) \qquad 15(1)$$

حل گزینه‌ی ۱.

$$2^n - 1 = 63 \Rightarrow 2^n = 64 \Rightarrow n = 6$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \times 5 \times 4!}{2 \times 4!} = 15$$

مجموعه‌ی توانی

۱۶-۱ اگر A یک مجموعه باشد، مجموعه‌ای متشکل از تمام زیرمجموعه‌های A را مجموعه‌ی توانی A می‌نامند و با نماد $P(A)$ نشان می‌دهند.

مثال اگر $A = \{1, \{1\}\}$ باشد، $P(A)$ را تشکیل دهید.

$$P(A) = \{\phi, \{1\}, \{\{1\}\}, A\}$$

حل