

فصل یازدهم: شاخص‌های مرکزی و پراکندگی

مبحث‌های این فصل ۰ عدد قرمز: تعداد سؤال آزمون از همان مبحث

۵۸ تست در پایان فصل، ص ۳۴۶

سابقه در ۸ آزمون: ۹ سؤال

۳۳۸ ۲ دامنه تغییرات، انحراف متوسط، واریانس و انحراف معیار

۳۲۷ ۱ میانگین حسابی: مجموع داده‌ها، افزودن، حذف و اصلاح داده

۳۴۱ ۲ ضریب تغییرات و شاخص‌های نسبی پراکندگی

۳۲۹ ۲ میانگین وزنی، میانگین چند گروه و میانگین از جدول فراوانی

۳۴۳ ۱ اثر جمع و ضرب داده‌ها در عدد ثابت

۳۳۱ ۲ میانه: داده خام، جدول فراوانی و داده دسته‌بندی‌شده نما (مُد)

۳۴۴ ۱ مقیاس اندازه‌گیری و انتخاب شاخص مناسب

۳۳۳ ۲ رابطه میانگین، میانه و نما؛ چولگی

۳۳۵

۵ تست آخر فصل

سابقه: ۱ سؤال

میانگین حسابی: مجموع داده‌ها، افزودن، حذف و اصلاح داده

شکل سؤال: میانگین چند داده داده شده و چند داده به آن‌ها اضافه یا از آن‌ها کم می‌شود، یا معلوم می‌شود داده‌ای اشتباه ثبت شده است؛ میانگین تازه یا داده حذف‌شده خواسته می‌شود.

مفهوم و قاعده

تعریف کلیدی میانگین حسابی

میانگین حسابی: حاصل جمع همه داده‌ها تقسیم بر تعداد آن‌ها. برای n داده $x_1, x_2, \dots, x_n$ میانگین با $\bar{x}$ نشان داده می‌شود:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n}$$

کلید همه مسئله‌های این مبحث، شکل وارونه همین تعریف است: $\sum x_i = n \times \bar{x}$. یعنی هر جا تعداد و میانگین یک دسته داده معلوم باشد، مجموع آن دسته هم معلوم است، حتی اگر خود داده‌ها را ندانیم. هر تغییری در داده‌ها اول روی مجموع اعمال می‌شود و بعد مجموع تازه بر تعداد تازه تقسیم می‌شود.

$$\sum x_i = n \times \bar{x}$$

به خاطر بسپارید مجموع داده‌ها

حالت‌های تغییر داده و میانگین تازه

حالت	مجموع تازه	تعداد تازه
افزودن k داده	$n \times \bar{x} +$ مجموع داده‌های تازه	$n + k$
حذف k داده	$n \times \bar{x} -$ مجموع داده‌های حذف‌شده	$n - k$
اصلاح یک داده	$n \times \bar{x} -$ مقدار اشتباه + مقدار درست	n
جایگزینی یک داده با داده دیگر	$n \times \bar{x} +$ (داده تازه - داده قبلی)	n

ویژگی‌های میانگین

- مجموع انحراف داده‌ها از میانگین همیشه صفر است: $\sum (x_i - \bar{x}) = 0$. انحراف‌های مثبت و منفی همدیگر را خنثی می‌کنند.
- میانگین همیشه بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده است و فقط وقتی همه داده‌ها برابرند با آن‌ها یکی می‌شود.



- میانگین از همه داده‌ها اثر می‌پذیرد؛ با تغییر هر داده تغییر می‌کند و یک داده خیلی بزرگ یا خیلی کوچک (داده پرت) آن را به سمت خود می‌کشد. میانه و نما چنین حساسیتی ندارند.
- برای حساب کردن میانگین لازم نیست داده‌ها مرتب شوند؛ برای میانه مرتب کردن لازم است.

روش حل

۱- مجموع داده‌های اولیه از $n \times \bar{x}$ به دست می‌آید. ★ آزمون تأمین اجتماعی ۱۴۰۳

- ۲- داده‌های افزوده جمع و داده‌های حذف‌شده کم می‌شوند؛ در اصلاح، مقدار اشتباه کم و مقدار درست اضافه می‌شود.
- ۳- تعداد تازه شمرده می‌شود و مجموع تازه بر آن تقسیم می‌شود.
- ۴- اگر داده حذف‌شده یا افزوده‌شده مجهول است، معادله مجموع نوشته می‌شود: مجموع قبلی - مجموع بعدی = داده حذف‌شده.

مثال ۱: میانگین ۱۰ داده برابر ۱۲ است. اگر دو داده ۱۵ و ۲۱ به آن‌ها اضافه شود، میانگین ۱۲ داده چند می‌شود؟

حل: مجموع اولیه $120 = 12 \times 10$ است. مجموع تازه $156 = 15 + 21 + 120$ و تعداد تازه ۱۲ است؛ پس میانگین جدید $156/12 = 13$ می‌شود.

مثال ۲: میانگین ۹ عدد ۲۰ است. اگر یکی از عددها کنار گذاشته شود، میانگین ۸ عدد باقی‌مانده ۱۹ می‌شود. عدد کنارگذاشته چند است؟

حل: مجموع ۹ عدد $180 = 20 \times 9$ و مجموع ۸ عدد باقی‌مانده $152 = 19 \times 8$ است. تفاضل دو مجموع همان عدد حذف‌شده است: $180 - 152 = 28$.

مثال ۳: میانگین نمره ۲۵ نفر ۴۰ حساب شده است. بعد معلوم می‌شود نمره یک نفر به جای ۶۳ به اشتباه ۳۶ ثبت شده است. میانگین اصلاح‌شده چند است؟

حل: مجموع ثبت‌شده $1000 = 40 \times 25$ است. با اصلاح، ۳۶ کم و ۶۳ اضافه می‌شود: $1027 = 1000 + 27$. تعداد عوض نمی‌شود، پس میانگین درست $41/08 = 1027/25$ است؛ یعنی میانگین به اندازه $1/08 = 27/25$ بالا رفته است.

نکته: برای افزودن داده، راه سریع‌تر شمردن انحراف داده‌های تازه از میانگین قبلی است: تغییر میانگین = (مجموع انحراف داده‌های تازه از $\bar{x}$) / (تعداد تازه). در مثال ۱، انحراف ۱۵ و ۲۱ از ۱۲ برابر ۳ و ۹ است؛ $12/12 = 1$ و میانگین تازه ۱۳ است.

نکته: افزودن داده‌ای برابر میانگین، میانگین را عوض نمی‌کند. داده بزرگ‌تر از میانگین آن را بالا و داده کوچک‌تر آن را پایین می‌برد؛ با همین حکم، گزینه‌هایی که جهت تغییر را برعکس نشان می‌دهند بی‌حساب کنار می‌روند.

نکته: اگر جواب با اعشار دوره‌ای است (مثل ۹۲/۶)، گزینه‌ها معمولاً با دو رقم اعشار آمده‌اند؛ کافی است بخش صحیح و رقم اول اعشار با یک تقسیم ساده سنجیده شود.

★ نکات مهم این مبحث

- ✓ مجموع داده‌ها همیشه از $\sum x_i = n \times \bar{x}$ به دست می‌آید و هر تغییر اول روی مجموع اعمال می‌شود.
- ✓ در حذف یا افزودن داده، مجموع تازه بر تعداد تازه تقسیم می‌شود، نه بر تعداد قبلی.
- ✓ داده بزرگ‌تر از میانگین آن را بالا و داده کوچک‌تر آن را پایین می‌برد؛ داده برابر میانگین بی‌اثر است.
- ✓ مجموع انحراف داده‌ها از میانگین صفر است و میانگین به داده‌های پرت حساس است.





۱۴۰۳

★ اصل سؤال آزمون استخدامی | سازمان تأمین اجتماعی

۷ میانگین ۸ داده آماری، $16/5$ است. اگر دو داده ۱۸ و ۲۲ را از داده‌ها کنار بگذاریم، میانگین ۶ داده حاصل کدام است؟

bzhik.ir

۱۵/۵۲ ۴

۱۴/۵۲ ۳

۱۵/۳۳ ۲

۱۴/۳۳ ۱

✓ **گزینه ۲ صحیح است.** مجموع ۸ داده $16/5 \times 8 = 132$ است. با کنار گذاشتن ۱۸ و ۲۲، مجموع $132 - 40 - 18 = 74$ برای ۶ داده می‌ماند و میانگین $74/6 \approx 12/33$ می‌شود. چون هر دو داده کنارگذاشته از $16/5$ بزرگ‌ترند، پایین آمدن میانگین قابل انتظار است و فقط حساب دقیق، $12/33$ را از $15/52$ و $14/33$ جدا می‌کند. **درسنامه: ص ۳۲۸**

۱۱ تست آخر فصل

سابقه: ۲ سؤال

میانگین وزنی، میانگین چند گروه و میانگین از جدول فراوانی

شکل سؤال: یا دو یا چند گروه با تعداد و میانگین معلوم داده می‌شود و میانگین کل خواسته می‌شود، یا جدولی از مقادیر و فراوانی‌ها (گاهی با دسته‌های فاصله‌ای) می‌آید و میانگین یا یک فراوانی مجهول خواسته می‌شود.

میانگین وزنی و میانگین کل

♦ تعریف کلیدی میانگین وزنی

میانگین وزنی: وقتی هر داده x_i وزن یا اهمیت w_i دارد، $\bar{x} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$. معدل با واحد درس‌ها نمونه آشنای آن است: نمره هر درس در تعداد واحدها ضرب و مجموع بر کل واحدها تقسیم می‌شود.

میانگین کل چند گروه: اگر گروه اول n_1 داده با میانگین $\bar{x}_1$ و گروه دوم n_2 داده با میانگین $\bar{x}_2$ داشته باشد، میانگین همه داده‌ها $\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$ است. این همان میانگین وزنی است که وزن هر گروه تعداد داده‌های آن است. ★ آزمون نهضت ۱۴۰۰

به خاطر بسپارید میانگین کل دو گروه

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$$

! دام تستی میانگین ساده دو میانگین

طراح تست میانگین ساده دو میانگین را در گزینه‌ها می‌گذارد، گویی دو گروه هم‌اندازه‌اند. **مواظب باشید:** میانگین کل یک میانگین وزنی است و هر گروه به اندازه **تعداد داده‌هایش** در آن سهم دارد.

میانگین کل همیشه بین دو میانگین است و به میانگین گروه پرجمعیت‌تر نزدیک‌تر است. فقط اگر دو گروه هم‌اندازه باشند، میانگین کل با میانگین ساده دو میانگین برابر می‌شود.

میانگین از جدول فراوانی

جدول فراوانی: هر مقدار x_i با فراوانی F_i (تعداد تکرار) آمده است. تعداد کل داده‌ها $N = \sum F_i$ است، نه تعداد ستون‌های جدول. میانگین $\bar{x} = \frac{\sum F_i x_i}{N}$ است. با فراوانی نسبی $f_i = F_i/N$ ، رابطه به $\bar{x} = \sum f_i x_i$ ساده می‌شود و $\sum f_i = 1$ است.

★ آزمون تأمین اجتماعی ۱۴۰۳





! دام تستی تقسیم بر تعداد ستونها

طراح تست گزینه‌ای می‌گذارد که از تقسیم مجموع حاصل ضربها بر تعداد ستونهای جدول به دست آمده است. **مواظب باشید:** مخرج میانگین جدول، **مجموع فراوانیها** یعنی N است؛ تعداد ستونها فقط شمار **مقدارهای متفاوت** را نشان می‌دهد.

داده‌های دسته‌بندی‌شده: وقتی جدول به جای مقدار، دسته‌هایی مثل ۱۰ تا ۲۰ دارد، هر دسته با مرکز دسته (میانگین دو کران آن) نماینده می‌شود و همان رابطه $\sum F_i x_i / N$ با مرکز دسته‌ها به کار می‌رود.

روش حل

۱- در سؤال گروه‌ها، مجموع هر گروه با $\bar{x} \times n$ حساب و مجموعها جمع می‌شود؛ سپس بر مجموع تعدادها تقسیم می‌شود.

۲- در جدول، ستونی برای $F_i x_i$ ساخته می‌شود (در دسته‌ها با مرکز دسته) و جمع آن بر $\sum F_i$ تقسیم می‌شود.

۳- اگر فراوانی یا مقداری مجهول است، همان رابطه میانگین به صورت معادله نوشته و حل می‌شود.

۴- اگر میانگین به شکل عبارتی مثل $\bar{x} = 5 + 3a$ داده شده، اول میانگین عددی از جدول حساب و سپس با آن عبارت برابر قرار داده می‌شود.

مثال ۱: دانشجویی سه درس گذرانده است: درس ۳ واحدی با نمره ۱۶، درس ۲ واحدی با نمره ۱۲ و درس ۱ واحدی با نمره ۱۸. معدل او چند است؟

حل: مجموع وزنی $90 = 18 + 24 + 48 = 1 \times 18 + 2 \times 12 + 3 \times 16$ و مجموع واحدها ۶ است؛ معدل $15 = 90/6$ است. میانگین ساده سه نمره $(15/33)$ جواب این سؤال نیست.

مثال ۲: کلاس الف ۲۰ دانش‌آموز با میانگین ۱۵ و کلاس ب ۳۰ دانش‌آموز با میانگین ۱۰ دارد. میانگین همه ۵۰ نفر چند است؟

حل: مجموع کلاس الف $300 = 20 \times 15$ و مجموع کلاس ب $300 = 30 \times 10$ است. میانگین کل $12 = \frac{300 + 300}{50}$ است؛ به ۱۰ نزدیک‌تر است، چون کلاس ب پرجمعیت‌تر است. گزینه $12/5$ (میانگین ساده ۱۵ و ۱۰) دام سؤال است.

مثال ۳: میانگین داده‌های جدول زیر چند است؟

جدول مثال ۳

x_i	۲	۴	۶	۸
F_i	۳	۵	۸	۴
$F_i x_i$	۶	۲۰	۴۸	۳۲

حل: $N = 3 + 5 + 8 + 4 = 20$ و $\sum F_i x_i = 6 + 20 + 48 + 32 = 106$ است؛ پس $\bar{x} = 106/20 = 5/3$. تقسیم ۱۰۶ بر ۴ (تعداد ستونها) اشتباه رایج است.

مثال ۴: در جدولی مقدارهای ۱، ۲ و ۳ به ترتیب با فراوانی‌های ۴، k و ۲ آمده و میانگین $1/8$ است. k چند است؟

حل: معادله میانگین: $\frac{4 + 2k + 6}{6 + k} = 1/8$. با ضرب طرفین، $10 + 2k = 10/8 + 1/8 k$ و $0/2k = 0/8$ ؛ پس $k = 4$. واری:

$$\frac{4 + 8 + 6}{10} = 1/8$$

مثال ۵: در جدول دسته‌بندی‌شده با دسته‌های ۰ تا ۱۰، ۱۰ تا ۲۰، ۲۰ تا ۳۰ و ۳۰ تا ۴۰ و فراوانی‌های ۲، ۵، ۸ و ۵، میانگین چند است؟

حل: مرکز دسته‌ها ۵، ۱۵، ۲۵ و ۳۵ است. $\sum F_i x_i = 10 + 75 + 200 + 175 = 460$ و $N = 20$ ؛ پس $\bar{x} = 460/20 = 23$.





نکته: روش میانگین فرضی حساب جدول را کوتاه می‌کند: عددی وسطی مثل A انتخاب و $\bar{X} = A + \sum F_i(x_i - A)/N$ حساب می‌شود. در مثال ۳ با $A = 6$ ، انحراف‌ها $-4, -2, 0, 2$ و جمع وزنی آن‌ها $-14 = -12 - 10 + 0 + 8$ است؛ $\bar{X} = 6 - 14/20 = 5/3$.

نکته: برای رد سریع گزینه‌ها: میانگین جدول بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین مقدار است و به سمت ستونی که بیشترین فراوانی را دارد کشیده می‌شود. اگر بیشترین فراوانی در ستون‌های بالایی است، میانگین از وسط بازه بیشتر است.

★ نکات مهم این مبحث

- ✓ میانگین کل دو گروه $\frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2}{n_1 + n_2}$ است و به گروه پرجمعیت‌تر نزدیک‌تر است.
- ✓ میانگین جدول $\sum F_i x_i / N$ است و N مجموع فراوانی‌هاست، نه تعداد ستون‌ها.
- ✓ در دسته‌ها، مرکز هر دسته نماینده آن است.
- ✓ فراوانی یا عبارت مجهول با نوشتن معادله میانگین پیدا می‌شود.
- ✓ روش میانگین فرضی: $\bar{X} = A + \sum F_i(x_i - A)/N$

از همین مبحث در آزمون‌های استخدامی ۲ سؤال

۱۴۰۳

★ اصل سؤال آزمون استخدامی | سازمان تأمین اجتماعی

۸ داده‌های ۷، ۹، ۱۱، ۱۳ و ۱۵ به ترتیب با فراوانی‌های ۱، ۴، ۴، ۹ و ۲ تکرار شده‌اند و میانگین آن‌ها به صورت $\bar{x} = 11 + 2a$ نوشته شده است. مقدار a کدام است؟ bzhik.ir

(صورت چاپی این سؤال ناقص یا خراب بود؛ از روی تصویر صفحه و راه‌حل منبع بازسازی شده است.)

۱ ۰/۳۵ ۲ ۰/۴۶ ۳ ۰/۵۲ ۴ ۰/۶۳

✓ گزینه ۱ صحیح است. $N = 1 + 4 + 4 + 9 + 2 = 20$ و $\sum F_i x_i = 7 + 36 + 44 + 117 + 30 = 234$ پس $\bar{x} = 234/20 = 11.7$ از $\bar{x} = 11 + 2a = 11.7$ داریم $2a = 0.7$ و $a = 0.35$. در برنامه: ص ۳۲۹

۱۴۰۰

★ اصل سؤال آزمون استخدامی | نهضت سوادآموزی

۹ در یک مجموعه ۱۲ داده با میانگین $\bar{x}_1 = 8$ و در مجموعه دیگری ۸ داده با میانگین $\bar{x}_2 = 3$ وجود دارد، میانگین داده‌ها چند است؟ bzhik.ir

۱ ۹/۶ ۲ ۱۰ ۳ ۵ ۴ ۶

✓ گزینه ۴ صحیح است. مجموع گروه اول $96 = 8 \times 12$ و مجموع گروه دوم $24 = 3 \times 8$ است. میانگین کل

$\frac{96 + 24}{12 + 8} = \frac{120}{20} = 6$ است. میانگین ساده دو میانگین $(5/5)$ جواب نیست و میانگین کل به ۸، میانگین گروه پرجمعیت‌تر، نزدیک‌تر است. در برنامه: ص ۳۲۹

میانه: داده خام، جدول فراوانی و داده دسته‌بندی‌شده ۴ تست آخر فصل

شکل سؤال: فهرستی نامرتب از داده‌ها یا جدول فراوانی داده می‌شود و میانه خواسته می‌شود؛ در جدول دسته‌بندی‌شده (مثل ۱۰۰ تا ۲۰۰، ۲۰۰ تا ۳۰۰) باید رابطه میانه به کار رود.



تعریف کلیدی میانه

میانه: مقداری که داده‌های مرتب‌شده را به دو نیمه هم‌تعداد تقسیم می‌کند؛ نیمی از داده‌ها کوچک‌تر یا مساوی و نیمی بزرگ‌تر یا مساوی آن‌اند. نماد آن Me است.

- اگر تعداد داده‌ها (n) فرد باشد، میانه داده شماره $\frac{n+1}{2}$ در فهرست مرتب است.
- اگر n زوج باشد، میانه میانگین دو داده وسط، یعنی داده‌های شماره $n/2$ و $n/2 + 1$ است.

دام تستی میانه بدون مرتب کردن

طراح تست داده‌ها را نامرتب می‌دهد تا داده وسط همان فهرست به جای میانه انتخاب شود. **مواظب باشید:** میانه فقط پس از **مرتب کردن** داده‌ها پیدا می‌شود و در تعداد زوج، **میانگین دو داده وسط** است.

میانه به اندازه داده‌های دو سر حساس نیست: اگر بزرگ‌ترین داده ده برابر شود، میانه عوض نمی‌شود. همچنین مجموع قدرمطلق انحراف داده‌ها از میانه، از مجموع قدرمطلق انحراف از هر عدد دیگر کمتر است؛ به همین سبب برای انتخاب جایی که مجموع فاصله‌ها کمینه شود (مثلاً جای یک انبار کنار جاده) از میانه استفاده می‌شود.

میانه در جدول فراوانی

در جدول مقدار و فراوانی، ستون فراوانی تجمعی (انباشته) ساخته می‌شود: هر خانه، جمع فراوانی‌های خودش و همه ستون‌های قبلی است. سپس شماره داده یا داده‌های وسط (مثل حالت خام) پیدا و نگاه می‌شود که این شماره‌ها در کدام ستون می‌افتند؛ اولین ستونی که فراوانی تجمعی آن به آن شماره برسد، مقدار آن داده است.

میانه داده‌های دسته‌بندی‌شده

اول $N/2$ حساب می‌شود و دسته میانه، اولین دسته‌ای است که فراوانی تجمعی آن به $N/2$ برسد یا از آن بگذرد. سپس:

رابطه میانه داده‌های دسته‌بندی‌شده

نماد	معنا
$Me = L + \left(\frac{N/2 - F_c}{F_m} \right) \times h$	رابطه میانه
L	کران پایین دسته میانه
N	تعداد کل داده‌ها
F_c	فراوانی تجمعی دسته قبل از دسته میانه
F_m	فراوانی خود دسته میانه
h	طول دسته

به خاطر بسپارید میانه دسته‌بندی‌شده

$$Me = L + \left(\frac{N/2 - F_c}{F_m} \right) \times h$$

روش حل

- ۱- داده خام: اول مرتب می‌شود، بعد فرد یا زوج بودن n دیده می‌شود.
- ۲- جدول مقدار و فراوانی: فراوانی تجمعی ساخته و ستونی که داده‌های وسط در آن می‌افتند پیدا می‌شود.



۳- جدول دسته‌بندی‌شده: $N/2$ ، دسته میانه، L ، F_c ، F_m و h مشخص و در رابطه گذاشته می‌شود.

۴- نتیجه باید داخل دسته میانه باشد؛ عددی بیرون از آن دسته نشانه اشتباه است.

مثال ۱: میانه داده‌های ۱۲، ۷، ۹، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۹، ۱۵، ۴، ۲۰ چند است؟

حل: مرتب‌شده: ۳، ۴، ۷، ۹، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۲۰. تعداد ۸ و زوج است؛ دو داده وسط چهارمی و پنجمی، یعنی ۹ و ۱۲ هستند و میانه $\frac{9+12}{2} = 10.5$ است. داده‌های چهارم و پنجم فهرست نامرتب (۹ و ۱۸) ربطی به میانه ندارند.

مثال ۲: مقادیرهای ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ به ترتیب با فراوانی‌های ۴، ۶، ۵، ۳ و ۲ آمده‌اند. میانه چند است؟

حل: $N = 20$ و فراوانی تجمعی ۴، ۱۰، ۱۵، ۱۸، ۲۰ است. داده‌های وسط شماره ۱۰ و ۱۱ اند. داده دهم هنوز در ستون ۲ است (تجمعی ۱۰) و داده یازدهم در ستون ۳؛ پس میانه $\frac{2+3}{2} = 2.5$ است.

مثال ۳: در جدول با دسته‌های ۱۰ تا ۲۰، ۲۰ تا ۳۰، ۳۰ تا ۴۰، ۴۰ تا ۵۰ و ۵۰ تا ۶۰ و فراوانی‌های ۵، ۹، ۱۲، ۸ و ۶، میانه چند است؟

حل: $N = 40$ و $N/2 = 20$. فراوانی تجمعی ۵، ۱۴، ۲۶، ... است؛ اولین تجمعی که به ۲۰ می‌رسد ۲۶ است، پس دسته میانه ۳۰ تا ۴۰ است: $L = 30$ ، $F_c = 14$ ، $F_m = 12$ ، $h = 10$. $Me = 30 + \left(\frac{20-14}{12}\right) \times 10 = 30 + 5 = 35$.

نکته: در جدول مقدار و فراوانی، وقتی فراوانی تجمعی یک ستون دقیقاً برابر $N/2$ است (مثل مثال ۲)، دو داده وسط در دو ستون کنار هم می‌افتند و میانه میانگین دو مقدار است. در بقیه حالت‌ها میانه خود یکی از مقدارهای جدول است.

نکته: در جدول دسته‌بندی‌شده، اگر فقط یک گزینه داخل دسته میانه باشد، بی‌حساب همان جواب است.

نکته: در داده‌های زیاد و پشت سر هم یک‌سان، مرتب کردن کامل لازم نیست؛ کافی است شمرده شود هر مقدار چند بار آمده و مثل جدول فراوانی عمل شود.

★ نکات مهم این مبحث

- ✓ میانه فقط پس از مرتب کردن معنا دارد؛ در تعداد زوج میانگین دو داده وسط است.
- ✓ در جدول مقدار و فراوانی، ستونی که فراوانی تجمعی آن به شماره داده وسط می‌رسد، میانه را می‌دهد.
- ✓ میانه دسته‌بندی‌شده: $h \times \left(\frac{N/2 - F_c}{F_m}\right) + L = Me$ و جواب داخل دسته میانه است.
- ✓ میانه به داده‌های پرت حساس نیست و مجموع قدرمطلق انحراف‌ها از آن کمینه است.

نما (مُد) ۴ تست آخر فصل

شکل سؤال: نمای چند داده یا یک جدول خواسته می‌شود، یا در جدول دسته‌بندی‌شده باید نما با رابطه یا با رسم روی هیستوگرام به دست آید.

مفهوم

◆ تعریف کلیدی نما

نما: داده‌ای که بیشترین تکرار را دارد؛ نماد آن M_0 است. نما یک مقدار داده است، نه شمار تکرار آن.





! دام تستی فراوانی به جای نما

طراح تست بزرگترین عدد ستون فراوانی را به جای نما در گزینه‌ها می‌آورد. **مواظب باشید: نما مقدار داده‌ای** است که بیشترین تکرار را دارد و عدد تکرار فقط **فراوانی** آن است.

- اگر دو یا چند مقدار با بیشترین فراوانی برابر باشند، داده‌ها دو یا چند نما دارند.
- اگر همه مقادارها به یک اندازه تکرار شده باشند، داده‌ها نما ندارند.
- نما تنها شاخص مرکزی است که برای داده‌های غیرعددی (مثل گروه خونی یا رشته تحصیلی) هم معنا دارد.

نمای داده‌های دسته‌بندی‌شده

دسته نما دسته‌ای است که بیشترین فراوانی را دارد. اگر d_1 اختلاف فراوانی دسته نما با دسته قبلی و d_p اختلاف آن با دسته بعدی باشد، $M_o = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_p} \right) \times h$ که L کران پایین و h طول دسته ناماست. اگر دسته قبلی یا بعدی وجود ندارد، فراوانی آن صفر گرفته می‌شود.

به خاطر بسپارید نمای دسته‌بندی‌شده

$$M_o = L + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_p} \right) \times h$$

همین رابطه روی هیستوگرام با رسم دو خط دیده می‌شود: یک خط از گوشه بالای چپ ستون نما به گوشه بالای چپ ستون بعدی، و خط دیگر از گوشه بالای راست ستون نما به گوشه بالای راست ستون قبلی. دو خط همدیگر را قطع می‌کنند و پای عمود محل برخورد روی محور افقی، ناماست. برای همین، نمای داده‌های فاصله‌ای با هیستوگرام به شکل نموداری تعیین می‌شود.

روش حل

- ۱- داده خام: شمار تکرار هر مقدار نوشته و بیشترین آن پیدا می‌شود؛ همه مقادارهای هم‌تکرار با بیشترین، نما هستند.
- ۲- جدول مقدار و فراوانی: مقداری که بزرگ‌ترین F_i را دارد ناماست.
- ۳- جدول دسته‌بندی‌شده: دسته با بیشترین فراوانی، سپس d_1 ، d_p ، L و h در رابطه.

مثال ۱: نمای داده‌های ۴، ۷، ۲، ۷، ۹، ۴، ۵، ۷، ۴، ۱ کدام است؟

حل: شمار تکرار: ۴ سه بار، ۷ سه بار و بقیه یک بار. دو مقدار با بیشترین تکرار برابرند؛ داده‌ها دو نما دارند: ۴ و ۷.

مثال ۲: در جدولی مقدارهای ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ با فراوانی‌های ۶، ۱۱، ۹ و ۴ آمده‌اند. نما چند است؟

حل: بیشترین فراوانی ۱۱ است و به مقدار ۲۰ تعلق دارد؛ پس $M_o = ۲۰$. عدد ۱۱ فراوانی است، نه نما.

مثال ۳: در جدول با دسته‌های ۰ تا ۵، ۵ تا ۱۰، ۱۰ تا ۱۵ و ۱۵ تا ۲۰ و فراوانی‌های ۳، ۸، ۱۴ و ۵، نما چند است؟

حل: دسته نما ۱۰ تا ۱۵ با فراوانی ۱۴ است. $d_1 = ۱۴ - ۸ = ۶$ ، $d_p = ۱۴ - ۵ = ۹$ ، $L = ۱۰$ و $h = ۵$. $M_o = ۱۰ + \left(\frac{۶}{۱۴} \right) \times ۵ = ۱۰ + ۲ = ۱۲$.





پایان نمونه رایگان

بقیه اش در فایل کامل است

در این نمونه ۸ صفحه از ۴۷۷ صفحه را دیدید.

۱۴

فصل درسنامه

۸

آزمون ۱۳۹۷ تا ۱۴۰۴ با اصل
سؤال

۹۲۹

تست با پاسخ تشریحی

۴۷۷

صفحه

فایل کامل، فصل به فصل

فصل	عنوان	تست آخر فصل	از صفحه
۱	اعداد و محاسبه	۴۴	۵
۲	مجموعه و شمارش اعضا	۴۷	۳۲
۳	توان، ریشه و رادیکال	۴۶	۵۹
۴	چندجمله‌ای و عبارت گویا	۷۱	۸۲
۵	معادله و مسئله کلامی	۵۳	۱۱۴
۶	دنباله، نمایی و لگاریتم	۶۳	۱۴۴
۷	تابع، خط و مختصات	۷۲	۱۷۷
۸	هندسه و مثلثات	۵۲	۲۱۹
۹	شمارش و احتمال	۸۲	۲۵۶
۱۰	آمار: مفاهیم و نمودار	۵۰	۲۹۲
۱۱	میانگین و پراکندگی	۵۸	۳۲۷
۱۲	حد و پیوستگی	۴۲	۳۶۰
۱۳	مشتق و کاربرد	۵۱	۳۸۸
۱۴	همبستگی و آزمون فرض	۷۳	۴۱۶
جمع		۸۰۴	

✓ جدول بودجه‌بندی اختصاصی بژیک (از هر فصل در هر یک از ۸ آزمون چند سؤال آمده) فقط داخل فایل کامل است و در نمونه‌ها نیامده.

✓ زیر پاسخ هر تست نوشته شده مطلبش در کدام صفحه درسنامه است.

✓ ۳ آزمون جامع ۱۲ سؤالی با سؤال‌هایی که در تست فصل‌ها نیامده‌اند؛ ویرایش‌های بعدی برای خریداران رایگان است.

دانلود فایل کامل pdf از بژیک

دانلود جزوه ریاضی و آمار مقدماتی استخدامی ۱۴۰۵ با نمونه رایگان pdf

bzhik.ir

